$$M \equiv 2^{\alpha} k^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} \ldots \text{ (mod. } P\text{)}.$$

Quapropter dum M per P diuisibilis supponitur, erit etiam

$$2^{\alpha} k^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} \ldots$$

per P diuisibilis, adeoque norma huius numeri, quae fit

$$= 2^{2\alpha} k^{2\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \ldots$$

diuisibilis per p. At quum 2 et k per p certo non sint diuisibiles, hinc sequitur, p cum aliquo numerorum b, c etc. identicum esse debere: sit e. g. $p = b$. Hinc vero concludimus, esse vel $B = k + li$, vel $B = k - li$, i. e. vel $B = A$, vel $B = P$, vtrumque contra hyp.

Ex hoc theoremate alterum, quod resolutio in factores primos vnico tantum modo perfici potest, facillime deriuatur, et quidem per ratiocinia iis quibus in Disquisitionibus Arithmeticis pro numeris realibus vsi sumus (art. 16), prorsus analoga: quapropter illis hic immorari superfluum foret.

38.

Progredimur iam ad congruentiam numerorum secundum modulos complexos. Sed in limine huius disquisitionis conuenit indicare, quomodo ditio quantitatum complexarum intuitui subiici possit.

Sicuti omnis quantitas realis per partem rectae vtrinque infinitae ab initio arbitrario sumendam, et secundum segmentum arbitrarium pro vnitate acceptum aestimandam exprimi, adeoque per punctum alterum repraesentari potest, ita vt puncta ab altera initii plaga quantitates positiuas, ab altera negatiuas repraesentent: ita quaeuis quantitas complexa repraesentari poterit per aliquod punctum in plano infinito, in quo recta determinata ad quantitates reales refertur, scilicet quantitas complexa $x + iy$ per punctum, cuius abscissa $= x$, ordinata (ab altera lineae abscissarum plaga positiue ab altera negatiue sumta) $= y$. Hoc pacto dici potest, quamlibet quantitatem complexam mensurare inaequalitatem inter situm puncti ad quod refertur atque situm puncti initialis, denotante vnitate positiua deflexum arbitrarium determinatum versus directionem arbitrariam determinatam; vnitate negatiua deflexum aeque magnum versus directionem oppositam; denique vnitatibus imaginariis deflexus aeque magnos versus duas directiones laterales normales.

Hoc modo metaphysica quantitatum, quas imaginarias dicimus, insigniter illustratur. Si punctum initiale per (0) denotatur, atque duae quantitates complexae m, m' ad puncta M, M' referuntur, quorum situm relatiue ad (0) exprimunt, differentia $m - m'$ nihil aliud erit nisi situs puncti M relatiue ad punctum M': contra, producto mm' repraesentante situm puncti N relatiue ad (0), facile perspicies, hunc situm perinde determinari per situm puncti M ad (0), vt situs puncti M' determinatur per situm puncti cui respondet vnitas positiua, ita vt haud inepte dicas, situs punctorum respondentium quantitatibus complexis mm', m, m', 1 formare *proportionem*. Sed vberiorem huius rei tractationem ad aliam occasionem nobis reseruamus. Difficultates, quibus theoria quantitatum imaginariarum inuoluta putatur, ad magnam partem a denominationibus parum idoneis originem traxerunt (quum adeo quidam vsi sint nomine absono quantitatum impossibilium). Si, a conceptibus, quos offerunt varietates duarum dimensionum, (quales in maxima puritate conspiciuntur in intuitionibus spatii) profecti, quantitates positiuas directas, negatiuas inuersas, imaginarias laterales nuncupauissemus, pro tricis simplicitas, pro caligine claritas successisset.

39.

Quae in art. praec. prolata sunt, ad quantitates complexas continuas referuntur: in arithmetica, quae tantummodo circa numeros integros versatur, schema numerorum complexorum erit systema punctorum aequidistantium et in rectis aequidistantibus ita dispositorum, vt planum infinitum in infinite multa quadrata aequalia dispertiant. Omnes numeri per numerum complexum datum $a + bi = m$ diuisibiles item infinite multa quadrata formabunt, quorum latera $= \sqrt{(aa + bb)}$ siue areae $= aa + bb$; quadrata posteriora ad priora inclinata erunt, quoties quidem neuter numerorum a, b est $= 0$. Cuiuis numero per modulum m non diuisibili respondebit punctum vel intra tale quadratum situm vel in latere duobus